

<b>CURSO:</b> Ecuaciones Diferenciales	<b>UNIDAD 2:</b> Introducción general a la Teoría y algunas técnicas analíticas de solución para ecuaciones de primer y segundo orden
<b>SEMESTRE:</b> 2023-2	<b>TIPO DE EXAMEN:</b> Ordinario

## ARCHIVOS INVOLUCRADOS EN LA SOLUCION DEL EXAMEN Y SU CONTENIDO

**Retro ED U2 23-2.pdf:** contiene los comentarios a las soluciones de los exámenes y la calificación de los procesos intermedios (ESTE DOCUMENTO).

**ED U2 23-2 84.dfw, ED U2 23-2 85.dfw y ED U2 23-2 86.dfw:** archivos de *Derive* con las soluciones parciales de algunos de los problemas.

## COMENTARIOS GENERALES

- Los resultados son **MALOS** en el grupo de 8 a 9 (sólo acreditaron 9/25) y **REGULARES** en el grupo de 9 a 10 (acreditaron 19/31). El examen no estaba para nada difícil como lo demuestra el hecho que 10 estudiantes obtuvieron calificaciones de 80 o más
- **MUY IMPORTANTE:** NO se toman en cuenta “errores acumulados”, es decir, si cometieron errores de cálculo en una operación y usan este resultado para llevar a cabo otra operación, es evidente que su resultado es incorrecto. En estos casos se les calificó sólo el proceso por lo que se asignan todos los puntos cuando el proceso es correcto a pesar de que el resultado es erróneo. En este caso escribo la abreviación EA (= Error Acumulado).
- **MUY IMPORTANTE:** varios han reprobado los dos exámenes ordinarios por lo que, para que tengan derecho a exámenes de recuperación, **DEBEN ACREDITAR A LA PRIMERA LA TERCERA UNIDAD, de otra manera REPRUEBAN el curso.**

## COMENTARIOS SOBRE LAS AFIRMACIONES Y LAS PREGUNTAS

- ☛ Sólo de aquellas en las que hubo un gran número de errores.

### Afirmaciones

- ☛ Si no hay justificación NO se asigna ningún punto pues se puede contestar al azar. Esto debería haberles quedado claro desde el primer examen. ☛ A “justificaciones” circulares del tipo «es verdadera porque es verdadera» (de manera implícita) NO se les asigna ningún punto.

### Examen 84

a) V. Las ecuaciones tipo Bernoulli son ecuaciones no lineales.

Muchos contestaron que la afirmación es falsa y varios de los que contestaron que la afirmación es verdadera señalaron que una ecuación tipo Bernoulli se transforma en una ecuación lineal, lo que es falso, pues eso implicaría que las ecuaciones tipo Bernoulli fueran lineales.

b) F. El método de solución depende de si la ecuación es homogénea o no. La mayoría contestó bien.

Algunos hacen referencia a ecuaciones no lineales cuando el enunciado se refiere exclusivamente a ecuaciones lineales.

### Examen 85

a) F.

Casi todos contestaron bien.

b) F. Para que el enunciado sea verdadero se requieren dos cosas: que la ecuación sea homogénea (y este NO es el caso) y que las soluciones sean linealmente independientes (y eso tampoco lo dice el enunciado).

La inmensa mayoría contestó mal.

### Examen 86

a) V. Es justo lo que dice el lema 1, que precede al teorema 8.

b) V. Es lo que afirma el teorema de existencia y unicidad.

## Pregunta 2

☛ Hay tres incisos claramente diferenciados por lo que tienen que escribir tres respuestas claramente diferenciadas. Si no están especificadas las respuestas a cada inciso NO se asigna ningún punto pues me dejan a mí interpretar la respuesta de cada inciso.

### Examen 84

- a) La gran mayoría contestó bien.  
NO pueden aceptarse respuestas del tipo “es una función” o “es una función continua” pues eso NO describe lo que es un factor de integración. Otros señalan que se trata de un “método” y, claramente, no es un método.
- b) La gran mayoría contestó bien.
- c) La gran mayoría contestó bien.

### Examen 85

- a) Es una forma especial en la que se debe escribir una ecuación para poder usar un método específico de solución sea manual o con software.
- b) Para poder aplicar algún método de solución.
- c) En el contexto de la clasificación de las ED.

### Examen 86

- a) Una ecuación diferencial es la que aparecen derivadas parciales de una o de varias de las incógnitas.
- b) Al igual que las ecuaciones ordinarias, se usan para modelar fenómenos físicos.
- c) En el contexto de la modelación matemática cuando deben usarse varias variables.

## Pregunta 3

### Examen 84

La mayoría contestó bien.

La principal limitación es que para poder usar el método se debe tener antes una solución.

### Examen 85

Primero afirma que SIEMPRE habrá solución, por lo que tiene sentido buscarla. Y segundo que la solución es UNICA (si hay condiciones iniciales) por lo que cuando se halla una solución ahí termina el problema. Esto lo discutimos en clase.

### Examen 86

7 condiciones iniciales. El valor de la función en cero y el valor de sus derivadas, hasta la sexta, también en cero.

## COMENTARIOS SOBRE LOS EJERCICIOS Y PROBLEMAS

(Sólo de aquellos donde hubo un gran número de respuestas equivocadas)

- ☛ En el caso de los problemas de valores iniciales están obligados a dar como solución una solución particular.
- **NO hay ningún pretexto** para no haber resuelto bien las dos ecuaciones de primer orden pues sólo vimos 3 métodos: o la ecuación era lineal o de tipo Bernoulli o separable.
- Se penaliza con 1 punto el no hacer simplificaciones evidentes y con 2 puntos el no hacer simplificaciones que llevan a una función sensiblemente mucho más sencilla y manejable.
- Se penalizan con el 80% del valor del proceso toda integral mal calculada pues NO hay ningún pretexto para calcular mal una integral ya que durante el examen tuvieron acceso a calculadoras y computadoras.

### PROBLEMA 4

ANTES de contestar se debe poner la ecuación en forma estándar! Muchos de los errores se deben a no haber hecho esto.

#### Examen 84

Características donde hubo más errores: el término no homogéneo puede ser una función continua o discontinua, eso depende de la función  $E(t)$ ; el coeficiente de la incógnita es  $R$ ; la ecuación es de coeficientes constantes (pues ninguno depende de las variables).

#### Examen 85

Características donde hubo más errores: muchos contestaron sin poner ANTES la ecuación en forma estándar. Esto,

naturalmente, conduce a respuestas totalmente equivocadas. Forma estándar:  $\rho l \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{kps}{V}x = 0$

la ecuación es homogénea y con coeficientes constantes (pues ninguno depende de las variables). El coeficiente de la 2ª derivada es  $\rho l$  y de la 1ª derivada es  $0$ .

#### Examen 86

**Ecuación en forma estándar**  $v \frac{dv}{d\theta} + cv = -w^2 \text{sen } \theta$

Características donde hubo más errores: d) Muchos contestan que la ecuación no es homogénea, pero no dan el término no homogéneo. Al no dar ese término su respuesta es un dogma, pues no está justificada.

- e) dado que el término no homogéneo no depende de ninguna de las variables, entonces es una función constante y por lo tanto es continua.
- i) la ecuación no es lineal, pues el coeficiente de la derivada depende de la incógnita.

### PROBLEMA 5

- La gran mayoría resolvió este problema de manera adecuada.
- Hicimos un laboratorio completo sobre este tipo de problemas por lo que no hay pretexto para no haberlo resuelto de manera impecable.
- Algunos despejan o tratan de despejar a la variable dependiente, pero esto NO es necesario pues *Derive* puede graficar sin problemas familias de funciones implícitas, lo vimos en el laboratorio. El problema es que, como en el caso del examen tipo 84, al despejar **sólo están graficando UNA PARTE de la función**, es decir, se pierden soluciones. Si se pierden soluciones sólo se asignan 10/15 puntos.
- Algunos introducen mal la regla de correspondencia de la función.
- Algunos ni siquiera saben que a quien hay que asignar valores es al parámetro arbitrario y asignan, con la función vector, valores a la variable independiente, lo que no tienen ningún sentido.
- Algunos usan mal la sintaxis de la función VECTOR pues usan corchetes en vez de paréntesis. Este error es GRAVE pues no los conduce a una familia de funciones. Esa es la razón por la que *Derive* no les proporciona ninguna gráfica y aquí deberían haberse dado cuenta de su error. En este caso sólo se asignan 5/15 puntos.

- Algunos introducen muy pocos valores. Eso no les da una idea del comportamiento de la solución general. En este caso sólo se asignan 10/15 puntos.
- Algunos toman de manera pésimas las escalas de graficación (o muy grandes o muy pequeñas).
- Algunos dejan este problema totalmente en blanco a pesar de su extrema sencillez. Una de las cosas más importantes de un curso de ED es poder representar la solución general de una ecuación diferencial.

### PROBLEMA 6

- Varios dejaron este problema totalmente en blanco. No hay pretexto para hacer esto pues en el laboratorio 1 resolvimos el problema 5, que es de este tipo y en la tarea 2, los problemas 10 y 11 también son de este tipo.
- En el caso del examen tipo 86, la mayoría hizo cosas totalmente absurdas. Ni siquiera supieron cómo obtener la solución de la ecuación homogénea.
- Varios perdieron tiempo en el examen, pues en vez de usar un vector para todas las condiciones iniciales (tal y como hicimos en el laboratorio), se pusieron a trabajar cada condición inicial por separado, además del tiempo su proceso es también más largo.
- En el caso del examen tipo 84, la función dada NO es solución de la ED por lo que después de verificar esto ya no hay que hacer nada. Si se pusieron a tratar de obtener una solución particular, se les descuentan 2 puntos pues eso es absurdo. Para tener una solución particular ANTES, la función debe ser solución.
- En el caso del examen tipo 85, varios sólo verifican que la función dada es solución, pero luego ya no dan la solución particular pedida.
- Algunos usan una función que depende de  $t$  con una ED que depende  $x$ . Les hice mucho hincapié en el laboratorio que tuvieran cuidado con eso. Por lo demás, es una cuestión de lógica pues si derivan algo que depende de  $t$  con respecto a  $x$ , lógicamente *Derive* tomará a  $t$  como constante.

### PROBLEMA 7

☛ El único método que pueden usar en este problema es **reducción de orden** dado que se trata de una ecuación de segundo orden, homogénea con coeficientes variables.

- En el caso del examen 84 las dos funciones dadas son solución, pero NO son linealmente independientes por lo que NO pueden ser usadas para obtener la solución. Si sólo se verificó que eran soluciones sólo se asignan 10/35 puntos. La inmensa mayoría de los que les tocó este tipo de examen se fueron con la finta y **no tomaron en cuenta la independencia lineal**. Este error es GRAVE.
- En el caso de los exámenes 85 y 86 muchos sólo checan que una de las funciones dadas es solución de la ecuación, pero luego ya no hacen nada más. Se les pide resolver la ecuación.
- Algunos trataron de usar procedimientos que NO aplican a este tipo de ecuaciones.
- Algunos sólo verifican que una o ambas funciones son solución, pero luego ya no hacen nada. Se les pide resolver la ecuación!
- Algunos obtienen sólo la 2ª solución, pero no dan la solución general.
- Algunos hacen un lío tremendo con las variables pues NO deciden que variable independiente usar y mezclan  $x$  con  $t$  lo que, sin duda, conduce a errores garrafales. Insistí mucho en que tuvieran cuidado con esto.
- Algunos dejaron este problema totalmente en blanco. Ni siquiera verificaron cuál de las funciones es solución a pesar de que ésta es una competencia básica de la teoría.

### PROBLEMA 8 Exámenes 84 y 85 y PROBLEMA 9 exámenes 85 y 86

☛ La ecuación es separable y por lo tanto su solución es muy fácil de obtener. NO hay pretexto para no dominarlo.

- Algunos dejaron el problema totalmente en blanco a pesar de su extremada sencillez.
- Algunos no lograron escribir la ecuación en forma estándar y por lo tanto no pueden hacer nada.
- Varios separan bien la ecuación, pero luego, de manera increíble, integran mal. NO hay pretextos para no integrar bien pues además de las técnicas manuales tuvieron acceso a *Derive* en el examen. Si se integró mal se asignan sólo 4/10 puntos en esa parte del proceso.

- Algunos cometen errores algebraicos en el momento de juntar una variable con su respectivo operador. En este caso sólo se asignan 4/10 puntos pues, inevitablemente, se obtienen resultados erróneos, aunque después hayan integrado de manera adecuada.
- Algunos no agregan ninguna constante de integración. Sin la constante de integración no tienen ninguna solución general. Esto se penalizó con 2 puntos.

### PROBLEMA 8 examen 86 y PROBLEMA 9 Exámenes 84 y 85 (en este caso la ED también es separable)

☛ La ecuación es de tipo Bernoulli. NO hay pretexto para no dominarlo. **En el caso del examen tipo 85, la ecuación también es separable.** Aquí se comenta sólo el caso de la solución como tipo Bernoulli.

- En el caso del examen 85, la mayoría no identificó la ecuación como separable y se fueron directamente a la solución de ecuaciones tipo Bernoulli, procedimiento más tardado y complicado.
- Algunos dejaron el problema totalmente en blanco. Ni siquiera logran identificar la ecuación como tipo Bernoulli.
- Algunos, al resolver la ecuación lineal no agregan la constante de integración. Este error es grave pues pierden una parte sustancial de la solución Algunos resuelven mal la ecuación lineal auxiliar.
- Algunos calculan mal el factor de integración de la ecuación lineal auxiliar.
- Algunos, de manera increíble, no usan el método simplificado que les enseñé en clase, sino que se ponen a hacer un cambio de variable. Hacer esto equivale a deducir la ecuación auxiliar que ya está deducida en sus notas de clase. No hay ningún problema con usar otros métodos que no vimos en clase **siempre y cuando lo hagan bien**, de otra manera pagan el precio de no haber aprendido un método simplificado: están mal por usar un método más complicado por lo que, como pasó, corren el riesgo de cometer más errores. Esto es lo que se penalizó.
- Algunos hacen cosas que no tienen ningún sentido o cosas que no se entienden o cosas que no justifican NO estamos trabajando con dogmas. Ni dicen de qué tipo es la ecuación ni dicen qué método están usando ni ponen la ecuación en forma estándar. Así NO se puede resolver ninguna ecuación y menos pretender que otros entiendan el proceso de aparente solución.
- Algunos quieren resolver la ecuación sin ANTES escribir la ecuación en forma estándar. Eso es imposible.
- Algunos escriben mal la forma estándar de la ecuación por un mal manejo algebraico. Es evidente que de ahí en adelante todo está mal.
- Algunos identifican bien la ecuación como de tipo Bernoulli y la escriben de forma estándar pero luego manejan mal los coeficientes o la fórmula para la ecuación lineal por lo que de ahí en adelante el resultado es erróneo.
- Algunos hacen un pésimo manejo de signos. Insistí mucho que en los métodos algebraicos de solución basta un error en un signo para que todo esté mal.
- En el caso del examen 85, muchos hacen una confusión tremenda con las variables, pues usan al mismo tiempo  $t$  y  $x$  como variable independiente (algunos incluso usan, al mismo tiempo,  $y$  y  $v$  como variable dependiente). Este error es GRAVE pues son cosas elementales que NO tienen sentido. En estos caso no se asigna ningún punto dada la gravedad del error y de que siguieron trabajando con ambas variables.

### Examen 86

- ☛ La ecuación es separable y por lo tanto su solución es muy fácil de obtener. NO hay pretexto para no dominarlo.
- Algunos dejaron el problema totalmente en blanco a pesar de su extremada sencillez.
  - Algunos no lograron escribir la ecuación en forma estándar y por lo tanto no pueden hacer nada.
  - Varios separan bien la ecuación pero luego, de manera increíble, integran mal! NO hay pretextos para no integrar bien pues además de las técnicas manuales tuvieron acceso a *Derive* en el examen. Si se integró mal se asignan sólo 4/10 puntos en esa parte del proceso.
  - Algunos cometen errores algebraicos en el momento de juntar una variable con su respectivo operador. En este caso sólo se asignan 4/10 puntos pues, inevitablemente, se obtienen resultados erróneos aunque después hayan integrado de manera adecuada.
  - Algunos no agregan ninguna constante de integración! Sin la constante de integración no tienen ninguna solución general!

## PROBLEMA 10

☛ El único método que pueden usar en este problema es **variación de parámetros** porque la ecuación es de **coeficientes variables no homogénea**.

☛ Se penaliza también el hecho de hacer las cosas mal y NO verificar su resultado pudiendo hacerlo sin problemas.

☛ NO hay ninguna justificación para no haber resuelto bien este problema pues se resolvieron 2 problemas en laboratorio y se les dejaron de tarea 7 problemas para que practicasen con este método.

- Varios dejaron el problema totalmente en blanco. Ni siquiera resolvieron la homogénea asociada a pesar de que se les dio información de cómo obtener las soluciones.
- En el caso del examen 86, nadie resolvió el problema de manera adecuada.
- Algunos sólo dan la solución de la homogénea.
- Algunos hacen un lío tremendo con las variables pues NO deciden que variable independiente usar y mezclan  $x$  con  $t$  lo que, sin duda, conduce a errores garrafales. El archivo base que les pasé usa a  $x$  como variable independiente e insistí mucho en que tuvieran cuidado con esto. Por eso cuando calculan el wronskiano con el archivo que les pasé les queda cero. Algunos sólo dan una solución particular pero no dan la solución general.
- Algunos cometen algún error en la construcción de la solución particular y a la hora de verificar NO les queda el término no homogéneo, pero así dejan su resultado en vez de ver en dónde se equivocaron.
- Algunos se descontrolaron porque en vez de darles soluciones particulares se les da sólo la forma de la solución, pero esto no debería ser así, pues en el laboratorio 1 hicimos un problema semejante y en las tareas vienen 2 problemas semejantes.
- Insistí mucho en que tuvieran cuidado con el método de variación de parámetros pues **para poderlo aplicar el coeficiente de la segunda derivada debe ser 1**. Algunos no tomaron en cuenta esto y, lógicamente, su resultado es incorrecto. Este tipo de error se penaliza con 10/25 pues es la cosa en la que más debían poner atención. Este error les impidió a los que lo cometieron poder hallar la solución particular pedida.
- Algunos usan una especie de ecuación característica que es válida para ecuaciones con coeficientes constantes y este NO es el caso.

## CALIFICACION DE PROCESOS INTERMEDIOS

- Como se te indicó por escrito al inicio del curso en tus **INDICACIONES PARA EXAMEN**, la calificación de cada problema, incluye calificar tanto resultado como proceso.
- Cada proceso lleva una serie de etapas que son también evaluadas y dependiendo de la frecuencia y del tipo de error, se asignan porcentajes del valor de una respuesta correcta.
- Naturalmente, esto es solo **indicativo** y no debes tomarlo literalmente.

**En este examen, los procesos intermedios fueron evaluados de la siguiente manera:**

### PROBLEMA 4

a) 1p	c) 1p	e) 1p	g) 2p	i) 3p	
b) 1p	d) 2p	f) 2p	h) 2p	TOTAL	15p

### PROBLEMA 5

Uso adecuado de la función VECTOR	8
Gráfica	7
<b>TOTAL</b>	<b>15</b>

### PROBLEMA 6

#### Examen 84

determinar que no es solución	10
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>

**Examen 85**

determinar si es solución o no	10
solución particular	20
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>

**Examen 86**

solución general	10
solución particular	18
Imagen pedida	2
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>

**PROBLEMA 7**

1. Elegir una solución	10
2. Escribir la ecuación en forma estándar	3
3. Hallar $v'$	10
4. Hallar $v$	4
5. Hallar la segunda solución	4
6. Dar la solución general	4
<b>TOTAL</b>	<b>35</b>

**PROBLEMA 8****Examen 84**

1. Identificar la ecuación como Bernoulli y escribirla en forma estándar	10
2. Escribir la ecuación lineal equivalente	5
3. Sacar el factor de integración	5
4. Resolver la ecuación lineal	5
5. Regresar a las variables originales	3
6. Dar la solución explícita	2
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>

**Exámenes 85 y 86**

1. Identificar la ecuación como separable y escribirla en forma estándar	10
2. Dar la solución general	10
<b>TOTAL</b>	<b>20</b>

**PROBLEMA 9****Examen 84**

1. Identificar la ecuación como Bernoulli y escribirla en forma estándar	10
2. Escribir la ecuación lineal equivalente	5
3. Sacar el factor de integración	5
4. Resolver la ecuación lineal	5
5. Regresar a las variables originales	3
6. Dar la solución explícita	2
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>

**Examen 85**

1. Identificar la ecuación como separable y escribirla en forma estándar	15
2. Dar la solución general	15
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>

**Examen 86**

1. Identificar la ecuación como separable y escribirla en forma estándar **10**
  2. Dar la solución general **10**
- TOTAL 20**

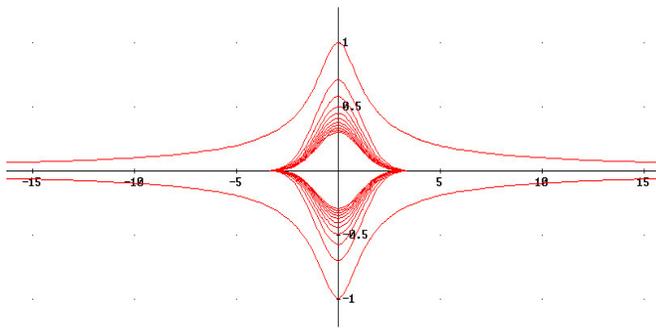
**PROBLEMA 10**

1. solución de la ecuación homogénea asociada **10**
  2. verificación que las soluciones de la homogénea son linealmente independientes **5**
  3. solución particular **25**
  4. solución general **5**
- TOTAL 45**

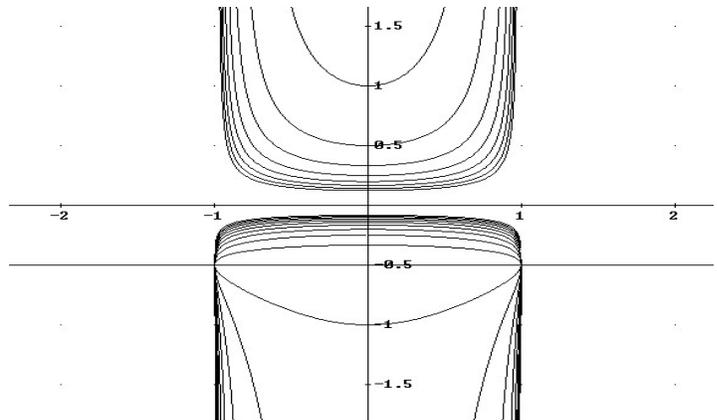
**CONCENTRADO DE RESULTADOS**

	A	%	NA	%
<b>Grupo 8-9</b>	<b>9</b>	<b>36%</b>	<b>16</b>	<b>64%</b>
<b>Grupo 9-10</b>	<b>19</b>	<b>61%</b>	<b>12</b>	<b>39%</b>

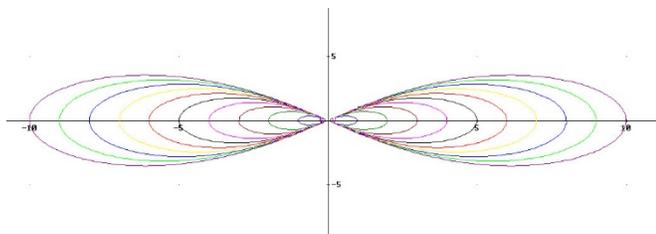
**Calificaciones mejores: Diego Ortiz 92, Yahir Yáñez 91, Fernando Torres 89, Damián Alvarado y Diana Paulina 88, .**

**Gráficas del problema 6**

84

Examen tipo 84: valores de  $c$  en  $[-10, 10]$  con paso de 1

85

Examen tipo 85: valores de  $c$  en  $[-10, 10]$  con paso de 1

Examen Tipo 86 PS

Examen tipo 86: valores de  $c$  en  $[-10, 10]$  con paso de 1