

Ejemplo 1

$$e^y \operatorname{sen} x \, dx + \cos x (e^{2y} - y) \, dy = 0$$

1. Tratamos de poner la ecuación en forma estándar. Dividimos toda la ecuación entre $e^y \cos x$

$$\frac{e^y \operatorname{sen} x}{e^y \cos x} \, dx + \frac{\cos x (e^{2y} - y)}{e^y \cos x} \, dy = 0$$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \, dx + \frac{e^{2y} - y}{e^y} \, dy = 0$$

La ecuación es **separable**. Ahora integramos toda la ecuación

$$\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \, dx + \int \frac{e^{2y} - y}{e^y} \, dy = \int 0$$

Calculamos las integrales con *Derive*

$$-\ln(\cos x) + e^y + e^{-y}(y + 1) = c$$

Por lo general, obtenemos una solución implícita

Ejemplo 2

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1 + 2y^2}{y \operatorname{sen} x}$$

1. Tratamos de poner la ecuación en forma estándar.

$$y \operatorname{sen} x \, dx = (1 + 2y^2) \, dy$$

$$\operatorname{sen} x \, dx = \frac{1 + 2y^2}{y} \, dy$$

la ecuación es separable. Integramos

$$\int \operatorname{sen} x \, dx = \int \frac{1 + 2y^2}{y} \, dy$$

$$-\cos x = \int \frac{1 + 2y^2}{y} \, dy = \int \frac{1}{y} + \frac{2y^2}{y} \, dy = \int \frac{1}{y} \, dy + 2 \int y \, dy$$

$$-\cos x = \ln y + y^2 + c$$

Ejemplo 3

$$\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 2x + 4y - 8}$$

1. Tratamos de poner la ecuación en forma estándar.

$$(xy - 2x + 4y - 8) dy = (xy + 3x - y - 3) dx$$

Para tener productos, probamos a factorizar

$$(x(y - 2) + 4(y - 2)) dy = (x(y + 3) - (y + 3)) dx$$

$$(y - 2)(x + 4) dy = (y + 3)(x - 1) dx$$

$$\frac{y - 2}{y + 3} dy = \frac{x - 1}{x + 4} dx$$

La ecuación es separable. Integramos

$$\int \frac{y - 2}{y + 3} dy = \int \frac{x - 1}{x + 4} dx$$

Calculamos las integrales con *Derive*

$$y - 5 \ln(y + 3) = x - 5 \ln(x + 4) + c$$

este resultado se puede simplificar de la siguiente manera (opcional)

$$y - \ln(y + 3)^5 = x - \ln(x + 4)^5 + c$$

$$\ln(x + 4)^5 - \ln(y + 3)^5 = x - y + c$$

$$\ln \frac{(x + 4)^5}{(y + 3)^5} = x - y + c$$

$$\frac{(x + 4)^5}{(y + 3)^5} = e^{x - y + c} = e^{x - y} e^c = k e^{x - y}$$

$$(x + 4)^5 = k e^{x - y} (y + 3)^5$$

Ejemplo 4

$$y \ln x \frac{dx}{dy} = \left(\frac{y+1}{x} \right)^2$$

1. Tratamos de poner la ecuación en forma estándar.

$$y \ln x \frac{dx}{dy} = \frac{(y+1)^2}{x^2}$$

$$x^2 y \ln x dx = (y+1)^2 dy$$

$$x^2 \ln x dx = \frac{(y+1)^2}{y} dy$$

La ecuación es separable. Integramos

$$\int x^2 \ln x dx = \int \frac{(y+1)^2}{y} dy$$

Calculamos las integrales con *Derive*

$$(1/3) x^3 \ln x - (1/9) x^3 = \ln y + (1/2) y (y + 4) + c$$